

# Comportamiento del hormigón reforzado con fibras de acero conforme a la teoría de corte-fricción

## *Behavior of Steel Fibre Reinforced Concrete According to the Shear-Friction Theory*

A. Picazo<sup>a</sup>, J.C. Gálvez<sup>b\*</sup>, M.G. Alberti<sup>b</sup>, A. Enfedaque<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Departamento de Tecnología de la Edificación, E.T.S. de Edificación, Universidad Politécnica de Madrid.

<sup>b</sup> Departamento de Ingeniería Civil: Construcción, E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid.

Recibido el 17 de octubre de 2022; revisado el 9 de marzo de 2023, aceptado el 15 de marzo de 2023

### RESUMEN

La cuantía del refuerzo tradicional de barras de acero en el hormigón armado se puede reducir mediante la adición de fibras. Este tipo de hormigón, con fibras de acero, se denomina hormigón reforzado con fibras de acero (HRFA) y permite la eliminación total o parcial de la armadura ante sollicitaciones cortantes. Diferentes normativas consideran la capacidad estructural de las fibras de acero, para cualquier tipo de esfuerzo, en función de valores de resistencias residuales a flexión. No parece adecuado emplear estas resistencias para dimensionar el HRFA frente a sollicitaciones de cortante, por lo que se desarrolló la presente investigación y se analizaron dos HRFA, solicitados a cortante, comparándolos con su estudio teórico en relación a la teoría de corte-fricción. Las fibras de acero cosen las fisuras impidiendo que se desarrollen libremente, aumentando el rozamiento entre las caras de la discontinuidad. La parte experimental desarrolló ensayos de corte directo tipo "push-off" complementados con técnica de vídeo-extensometría para obtener las variaciones de deslizamiento y abertura de fisura. Se puede indicar que, en el estado post-fisuración, las fibras son las que gobiernan el comportamiento del material y que los resultados del modelo analítico son muy similares a los hallados en la campaña experimental para deslizamientos de hasta algo más de 4 mm.

PALABRAS CLAVE: Teoría de corte-fricción, esfuerzo cortante, hormigón reforzado con fibras de acero, ensayo "push-off".

©2024 Hormigón y Acero, la revista de la Asociación Española de Ingeniería Estructural (ACHE). Publicado por Cinter Divulgación Técnica S.L. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0)

### ABSTRACT

The amount of traditional reinforcement of steel bars in reinforced concrete can be reduced by adding fibres. This type of concrete, with steel fibres, is called steel fibre reinforced concrete (SFRC) and allows the total or partial elimination of the reinforcement against shear stress. Different regulations consider the structural capacity of steel fibres, for any type of stress, depending on values of residual flexural strengths. It does not seem appropriate to use these residual strengths to design the SFRC on shear stresses. So, the present research was developed and two SFRC were analysed, loaded under shear, comparing them with their theoretical study in relation to the shear-friction theory. The steel fibres bridges the crack the fissures preventing them from developing freely, increasing the friction between the faces of the crack. The experimental part developed direct cutting tests type "push-off" complemented with digital image correlation technique to obtain the variations of sliding and crack opening. It can be indicated that, in the post-cracking stages, the fibres are the ones that govern the behaviour of the material and that the results of the analytical model are very similar to those found in the experimental campaign for slips of up to just over 4 mm.

KEYWORDS: Shear-friction theory, shear stress, steel fibre reinforced concrete, push-off test.

©2024 Hormigón y Acero, the journal of the Spanish Association of Structural Engineering (ACHE). Published by Cinter Divulgación Técnica S.L. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons (CC BY-NC-ND 4.0) License

\* Persona de contacto / Corresponding author:  
Correo-e / e-mail: [jaimе.galvez@upm.es](mailto:jaimе.galvez@upm.es) (Jaime Carlos Gálvez Ruiz)

How to cite this article: Picazo, A., Gálvez, J.C., Alberti, M.G., & Enfedaque, A. (2024) Comportamiento del hormigón reforzado con fibras de acero conforme a la teoría de corte-fricción, *Hormigón y Acero* 75(302-303): 137-146. <https://doi.org/10.33586/hya.2023.3110>

## 1. INTRODUCCIÓN

El hormigón es un material que, sin reforzar, posee una muy buena capacidad resistente ante esfuerzos de compresión [1]. Para mejorarlo y dotarlo de mayor resistencia para soportar otros esfuerzos, como tracción, a la vez que se le dota de ductilidad y de mayor absorción de energía [2], éste tiene que

ser reforzado mediante la inclusión de barras de acero, debidamente colocadas, o fibras aleatoriamente dispuestas en su masa. De esta forma, el material reforzado llega a ser el más empleado para la ejecución de obras civiles y de edificación, debido principalmente a sus cualidades mecánicas, asociadas a ventajas de tipo económico [3].

El refuerzo del hormigón mediante fibras de acero se empezó a utilizar a mediados del siglo pasado. Su empleo ha

permitido, hasta la fecha, la realización de obras de soleras, pavimentación, dovelas para túneles [4-6], piezas prefabricadas [7], pasarelas peatonales [8] y otras estructuras [9-12]. Su creciente uso hizo que diferentes normas de hormigón estructural [13-15] abordaran su uso, llegando a considerar sus dos tipos de uso: no estructural o estructural, dependiendo si es posible, o no, tener en cuenta en el cálculo de la estructura la capacidad resistente de las fibras. En general, los requisitos mínimos indicados por las diferentes normativas para considerar la capacidad resistente de las fibras de acero son función de resistencias residuales obtenidas mediante ensayos, sobre vigas biapoyadas con una o dos cargas puntuales superiores (a tres o cuatro puntos), de tracción por flexión sobre vigas entalladas [16, 17]. Estas resistencias residuales de tracción por flexión se obtienen de la Ecuación (1) [16].

$$f_{R,j} = \frac{3F_j l}{2bh_{sp}^2} \quad (1)$$

Siendo  $f_{R,j}$  la resistencia a tracción por flexión,  $F_j$  la carga aplicada en un momento determinado del ensayo,  $l$  la longitud del vano de flexión,  $b$  la anchura de la probeta y  $h_{sp}$  la distancia entre la parte superior de la probeta y el fondo de la entalla. De tal forma, según el Código Modelo 2010 [13], para considerar la capacidad estructural de las fibras de acero, las resistencias residuales deben cumplir dos condiciones:  $f_{R1}/f_{LOP} > 0.4$  y  $f_{R3}/f_{R1} > 0.5$ . En estas expresiones las resistencias residuales indicadas son:  $f_{LOP}$  en el límite de proporcionalidad,  $f_{R1}$  para una abertura de los labios de la entalla de 0.5 mm y  $f_{R3}$  para 2.5 mm de abertura. Los tres valores de resistencia residual se toman conforme a un gráfico de resistencia frente a abertura de fisura en los labios de la entalla inferior de la probeta (*Crack Mouth Open Displacement* - CMOD), de tal forma que  $f_{LOP}$  es el máximo valor de resistencia en el intervalo de abertura de entalla entre 0 y 0.05 mm [16].

A los efectos del aprovechamiento de la capacidad resistente de las fibras de acero ante sollicitaciones cortantes está demostrado que su empleo ha servido para reducir y eliminar el armado de cercos o estribos en determinados elementos estructurales [18-20]. Pese a las bondades del HRFA frente a cortante, todavía no es posible encontrar unanimidad de criterios respecto de si las resistencias a tracción por flexión son recomendables para calcular elementos estructurales sometidos a cortante. Cierto es que el primer problema a abordar sería el empleo de un ensayo normalizado que permitiera obtener las resistencias a cortante sobre hormigón. Los métodos empleados en la mayoría de los estudios del HRFA frente a resistencia a cortante son: "push-off" [21, 22], JSCE-SF6 [23], Iospescu [24] y, por supuesto, el ampliamente extendido de vigas sometidas a flexión y cortante. En la actualidad, esta inexistencia de unanimidad permite que puedan convivir diferentes puntos de vista y que algunos investigadores consideren que la formulación indicada por las normativas debiera revisarse [12, 25, 26], en tanto que otros consideran apropiado el empleo de la actual formulación [27, 28].

El paso previo a cualquier investigación relacionada con sollicitación de cortante en hormigón es entender que en la resistencia del material se engloban cinco mecanismos que podemos denominar: engranamiento de los áridos de la discontinuidad, aparición de tensiones tangenciales en la zona no fisurada, efecto pasador provocado por el refuerzo longitudinal de las

barras de acero, efecto arco y aparición de las tensiones de tracción residuales en las fisuras [29]. No todos estos mecanismos inciden de la misma manera en el HRFA, siendo los más influyentes sobre la zona del hormigón fisurada el engranamiento de los áridos y el efecto pasador de las fibras. Para el estudio de estos dos efectos, en el hormigón reforzado con barras de acero, la teoría más empleada es la desarrollada por Walraven [30], conocida como la teoría de corte-fricción. De tal forma, en la presente investigación se tomó como base la teoría de corte-fricción y se aplicó de manera analítica y experimental sobre el HRFA. Para ello se emplearon probetas "push-off" de las que se obtuvieron, mediante vídeo-extensometría, los desplazamientos y aberturas de fisura a lo largo del tiempo de ensayo.

Una forma simplificada de explicar la teoría de corte-fricción [30] en relación a las tensiones en la fisura podría ser: tras la generación de la discontinuidad y debido a la actuación de la acción del cortante se producen movimientos relativos entre las caras de la fisura. Este efecto lleva asociado un crecimiento del ancho de la fisura y un deslizamiento relativo de las caras en la dirección del cortante. Al entrar en carga las fibras trabajan a tracción, lo que produce tensiones de compresión en las superficies de la discontinuidad del hormigón, aumentando la fricción entre las caras de la grieta

El mecanismo de engranamiento de los áridos en el HRFA funciona de manera similar al que se produce en el hormigón con refuerzo de barras de acero, desarrollándose por la fricción de las superficies de contacto de la matriz de hormigón y los áridos entre las dos caras de la discontinuidad o fisura, provocando tensiones tangenciales. Por su parte, el efecto pasador también se produce de manera similar en el HRFA y el hormigón con refuerzo convencional: las fibras evitan el crecimiento de la discontinuidad mediante la generación de fisuras de menor anchura y longitud [19, 31], lo que provoca a su vez una mejora del material en lo referente a tensiones de flexión y cizalladura. Para lograr información relevante y poder estudiar de manera adecuada el efecto pasador en el HRFA es necesario obtener patrones de fisuración relacionadas con el tipo y la cantidad de fibras de refuerzo dispuestas en el hormigón [32].

La importancia de esta investigación radica en el análisis comparativo experimental del HRFA frente a la teoría de corte-fricción y ampliar el estado del conocimiento sobre el comportamiento post-fisuración del hormigón, focalizando el estudio en los mecanismos de engranamiento de los áridos y el efecto pasador de las fibras en la fisura. Para la realización de dicha comparativa se utilizó un hormigón autocompactante reforzado con fibras de acero con dos dosificaciones de fibras de acero: 50 y 70 kg/m<sup>3</sup>. Las probetas para los ensayos "push-off" se obtuvieron de las mitades residuales de vigas ensayadas previamente a flexión conforme a la norma EN-14651 [16]. De estos HRFA se conocían sus características en estado fresco, endurecido y sus resistencias residuales a tracción por flexión, sabiendo previamente que las fibras son consideradas como estructurales [13, 14].

Para obtener los datos necesarios en la realización del presente estudio fue necesario registrar los desplazamientos relativos entre las dos caras de la discontinuidad, cosa que se consiguió gracias a la obtención previa de los patrones de fisuración [32]. Para ello se empleó la técnica de vídeo-extensometría [33, 34] que, a la vez que complementa los tradicionales sistemas de medición de extensómetros, permitió obtener los datos necesarios para la ejecución de este análisis de comportamiento del HRFA.

## 2.

### OBTENCIÓN DE LOS DATOS EXPERIMENTALES

#### 2.1. Hormigón reforzado con fibras de acero empleado

Para realizar el presente estudio se empleó un hormigón auto-compactante con dos cuantías de fibras de acero, cuya dosificación se indica en la [tabla 1](#). Las fibras de acero fueron de los tipos RC65/35BN y RC80/50BN, ambas con una resistencia a tracción de 1100 MPa, de superficie lisa y acabadas en gancho en sus extremos para lograr un mejor anclaje con el hormigón. Se empleó un cemento tipo CEM I 52,5 R-SR5, agua proveniente de la red de abastecimiento a la ciudad de Madrid (relación a/c = 0.47), arena y grava, de origen silíceo, con un tamaño máximo de árido de 12.6 mm, superplastificante con base de policarboxilatos denominado Viscocrete® 5720 con un contenido sólido del 36% y una densidad de 1090 kg/m<sup>3</sup> y, por último, filler calizo de 2700 kg/m<sup>3</sup> de densidad, con superficie Blaine entre 400 y 450 m<sup>2</sup>/kg.

TABLA 1.  
Dosificación de los hormigones

Materiales (kg/m <sup>3</sup> )	HRFA50	HRFA35+35
Fibras RC65/35BN (fracción volumétrica %)	50 (0.64)	35 (0.45)
Fibras RC80/50BN (fracción volumétrica %)	---	35 (0.45)
Grava	492	486
Arena	947	947
Cemento	425	425
Agua	199	199
Filler calizo	210	210
Superplastificante (% peso cemento)	1.39	1.39

Ambos hormigones fueron estudiados previamente [32], tanto en lo que respecta a sus características en estado fresco como endurecido. Además de ser hormigones autocompactantes cabe indicar que las resistencias medias a compresión, sobre probeta normalizada cilíndrica, superaron los 62 MPa y que, en relación a las resistencias residuales a tracción por flexión, se cumple con los requerimientos mínimos para considerar el carácter estructural de las fibras:  $f_{R1}/f_{LOP} > 0.4$  y  $f_{R3k}/f_{R1k} > 0.5$  [13]. En la [tabla 2](#) se muestran las propiedades medidas en los HRFA. Para el cálculo de la resistencia a compresión y tensiones residuales de flexión se emplearon seis probetas cilíndricas ( $\phi 150 \times 300$  mm<sup>3</sup>) y prismáticas (600x150x150 mm<sup>3</sup>), respectivamente mientras que para la resistencia a tracción y módulo de elasticidad se utilizaron tres ejemplares de probetas cilíndricas ( $\phi 150 \times 300$  mm<sup>3</sup>).

TABLA 2.  
Propiedades de los HRFA analizados. Los coeficientes de variación figuran entre paréntesis

Ensayos	HRFA50	HRFA35+35
Estado fresco		
Escurecimiento: diámetro (mm)	650	650
Escurecimiento: $T_{300}$ (s)	3.5	3.5
Embudo en v: $T_v$ (s)	9	9
<b>Propiedades mecánicas</b>		
$f_m$ (MPa)	62.2 (0.01)	66.8 (0.03)
$E$ (GPa)	34.1 (0.01)	35.3 (0.01)
$f_{tr}$ (MPa)	7.8 (0.04)	8.6 (0.07)
<b>Tensiones residuales de flexión</b>		
$f_{R1}$ (MPa) y % $f_{LOP}$	7.3 (0.15) y 128%	11.1 (0.08) y 171%
$f_{R3}$ (MPa) y % $f_{LOP}$	5.3 (0.24) y 93%	9.5 (0.06) y 146%
$f_{LOP}$ (MPa)	5.7 (0.12)	6.5 (0.09)

#### 2.2. Ensayos tipo “push-off”

Las dos probetas de cada tipo de hormigón empleadas para los ensayos “push-off” se obtuvieron de las mitades residuales de vigas ensayadas a flexión a tres puntos de dimensiones 600x150x150 mm<sup>3</sup> [35]. Para asegurar que la probeta de ensayo a cortante no tuviera afección del ensayo de flexión se procedió a eliminar los extremos de las mitades de las vigas que pudieron haberse visto afectadas por el ensayo previo (extremos de la viga a flexión y zona de rotura de la misma). De tal forma se obtuvieron probetas prismáticas de dimensiones 150x150x270 mm<sup>3</sup>. A estas probetas se les realizaron dos entallas de 75 mm de profundidad y 9 mm de espesor con una máquina de corte de baja velocidad con disco de diamante refrigerada por agua, en dos caras opuestas, consiguiendo que la probeta tuviera una forma de “Z”, con una sección de ligamento vertical de 150 mm de ancho y, aproximadamente, 90 mm de alto [32] que une las puntas de las entallas. Las probetas fueron posteriormente reforzadas exteriormente con un tejido de fibra de carbono unidireccional adherido con resina epoxi [36] para evitar la rotura por las sollicitaciones de flexión en los voladizos, garantizando que la carga principal a la que se somete el HRFA fuese el cortante. Finalmente, se pintaron las caras de la sección resistente delantera y trasera con un patrón de puntos monocromo y aleatorio [36] para poder usar la técnica de vídeo-extensometría en los ensayos.

Tras la preparación de las probetas y para la realización de los ensayos fue necesario asegurar que la carga se aplicaba verticalmente, de la manera más precisa posible. Así, sobre la sección resistente se dispusieron barras de carga, superior e inferior [37], de acero, de sección 10x10 mm<sup>2</sup>, alineadas mediante láser con la sección de ligamento vertical y con las puntas de las entallas, conforme se puede ver en la [figura 1](#).

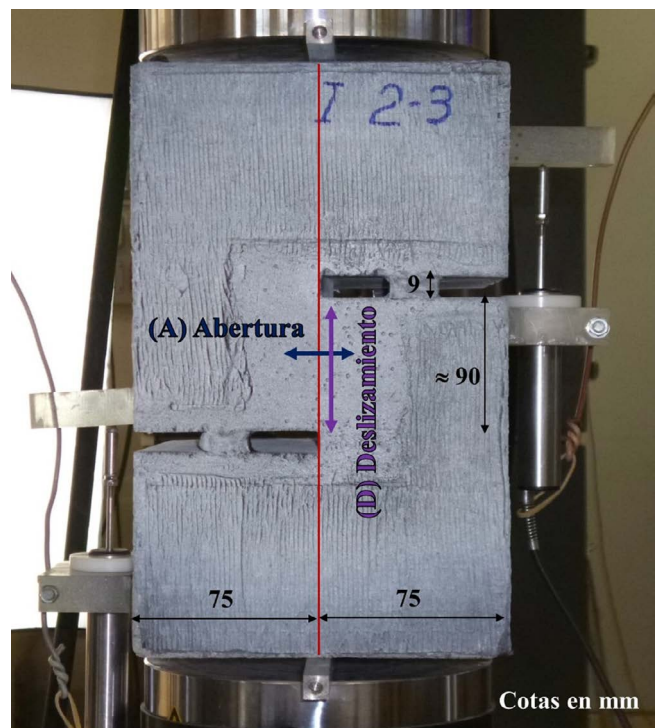


Figura 1. Probeta “push-off” lista para ser ensayada. Se indica sobre la probeta las direcciones de deslizamiento a cortante (D) y abertura de fisura (A) que se midieron en los ensayos.



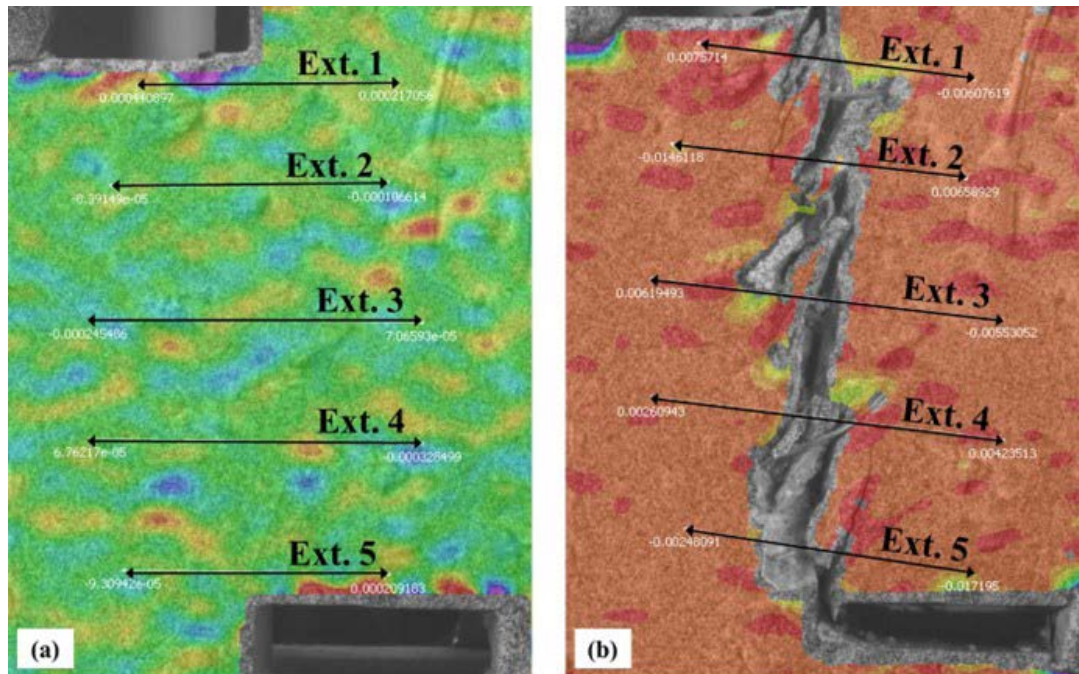


Figura 2. (a) Zona central de una cara de una probeta push-off antes del ensayo con los cinco extensómetros virtuales en posición horizontal y (b) la misma cara de la probeta con los extensómetros mostrando variaciones verticales y horizontales a ambos lados de la fisura al finalizar el ensayo.

Los ensayos se realizaron en una máquina universal de ensayos de capacidad máxima de carga 500 kN, a una velocidad de desplazamiento del actuador de  $1 \mu\text{m/s}$ . Se monitorizaron los ensayos mediante vídeo-extensometría y dos LVDTs (transductor de desplazamiento lineal variable) en los laterales de la probeta. Para grabar la cara delantera y trasera de la probeta durante el ensayo se emplearon dos cámaras de alta definición, de 5 Mpx, que fueron sincronizadas con la máquina de ensayos para obtener una imagen por segundo. Los LVDT permitieron medir la abertura o cierre de las entallas durante el ensayo y comprobar si se producía algún giro de la probeta durante el mismo. Los datos registrados en cada uno de los ensayos realizados fueron: carga, desplazamiento del actuador, tiempo, deslizamiento a cortante (media de dos LVDT) y dos videos de la fisuración de las probetas.

### 2.3. Datos de desplazamiento a cortante y abertura de fisura obtenidos mediante vídeo-extensometría

Como se ha indicado previamente, en los ensayos se obtuvieron los datos relativos a desplazamiento y abertura de la fisura en la sección de ligamento de las probetas. Con sistemas de medición tradicional, como el uso de LVDT, los extensómetros tienen que ser colocados sobre las probetas con antelación al ensayo previendo la localización de las grietas. Por el contrario, con el sistema de vídeo-extensometría es posible situar extensómetros en las zonas o lugares de la probeta que realmente hayan sufrido desplazamientos [32], lo que permitió, en esta investigación, obtener los desplazamientos a cortante y la abertura de fisura en diversos puntos de la probeta. No debemos olvidar que el sistema de vídeo-extensometría ha sido empleado con buenos resultados en numerosas investigaciones [38-40], además de tener la ventaja frente a sistemas tradicionales de no existir contacto con la probeta, por lo que no interfiere en el ensayo.

En esta investigación se colocaron cinco extensómetros virtuales sobre la zona de la discontinuidad de la probeta. Inicialmente, dichos extensómetros estaban en posición horizontal, mientras que a lo largo del ensayo mostraron variación horizontal (abertura de fisura A) y vertical (deslizamientos a cortante D). La figura 2 muestra la posición de los extensómetros antes y después de uno de los ensayos.

Antes de mostrar los resultados de desplazamiento y abertura de fisura es necesario puntualizar que los hormigones empleados son autocompactantes y que las probetas a cortante se disponen en posición vertical frente a la posición horizontal de las probetas para los ensayos previos a flexión [32]. Teóricamente, la disposición de las fibras es favorable para soportar esfuerzos de tracción por flexión, ya que se pueden disponer paralelas al lado largo de las probetas a flexión (horizontales), mientras que la posición es desfavorable para los ensayos a cortante ya que estarían dispuestas paralelas (verticales) al lado mayor de las probetas “push-off” y a la carga de cortante aplicada. La discusión sobre el posicionamiento de las fibras debe abordarse en investigaciones posteriores. En el presente estudio se ha considerado este aspecto en la comparación experimental-analítica frente a la teoría de corte-fricción implementando dicha casuística en la formulación aportada. Para ello, se realizó el conteo de fibras en la sección resistente y se comparó con el número teórico de fibras que debería existir en la dicha sección, obteniendo el coeficiente de orientación de las mismas  $\theta$  según la Ecuación (2) [41].

$$\theta = n \frac{A_f}{V_f A} \quad (2)$$

Donde  $n$  es el número de fibras contadas en la superficie de fractura,  $A_f$  el área de una fibra,  $V_f$  la fracción volumétrica de fibras y  $A$  el área de la superficie de ligamento.

Los deslizamientos a cortante y las aberturas de fisura están relacionados entre sí mediante la Ecuación (3) [30]. Los valo-

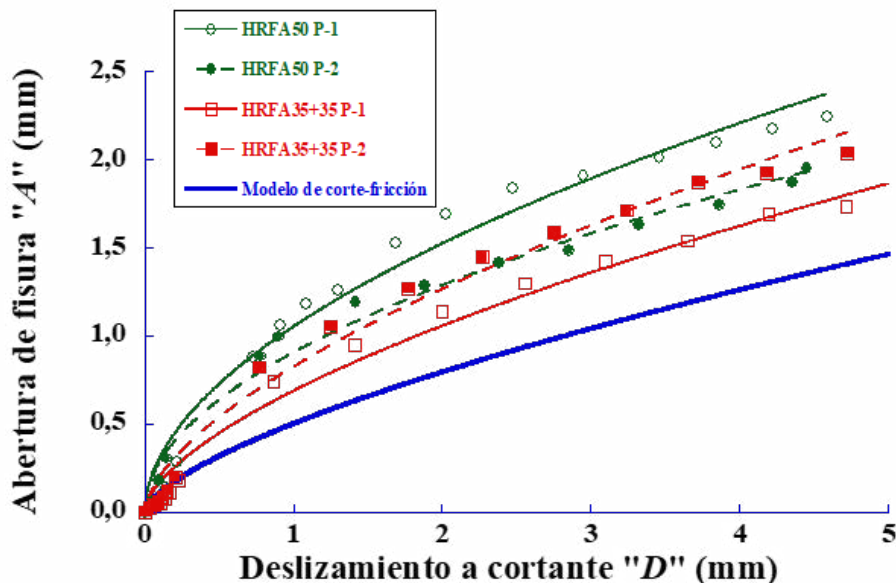


Figura 3. Deslizamiento a cortante (D) frente a abertura de fisura (A): curvas experimentales y comparación con la curva teórica ( $k = 0.5$  y  $a = 2/3$ ).

res del modelo teórico, ajustado para probetas prefisuradas con armadura de refuerzo de barras de acero en la discontinuidad, se pueden adoptar como: el valor de la constante  $k$  igual a 0.5 y el exponente del deslizamiento a cortante a igual a  $2/3$ .

$$y = k \cdot x^a \quad (3)$$

En dicha Ecuación y es la abertura de fisura y  $x$  el deslizamiento a cortante.

A partir de los resultados experimentales de la presente investigación (logrados como media de dos probetas de cada tipo de HRFA, sin refuerzo de barras de acero y sin prefisuración, de las cuales se obtuvieron los datos de cinco extensómetros de cada una de sus caras) se puede concluir [32], que los coeficientes adoptados serían: " $k$ " igual a 0.85 y " $a$ " igual a 0.60. En la figura 3 se muestran las curvas que relacionan el deslizamiento a cortante y la abertura de fisura para el modelo teórico ( $k = 0.5$  y  $a = 2/3$ , ver ref. [30]) y para la medida de los resultados experimentales. Los valores de abertura en la curva experimental son superiores, para un mismo deslizamiento, a los de la curva analítica. Esto es debido a que el modelo propuesto en la ref. [30] está ajustado para una discontinuidad entre un hormigón endurecido y otro hormigonado sobre él, lo que hace que la discontinuidad sea sensiblemente plana. En los ensayos del presente trabajo la discontinuidad se produce por la fractura de un hormigón sometido a esfuerzo cortante, por lo que es mucho más irregular y tortuosa, lo que requiere una mayor abertura de la discontinuidad para que se produzca el "encabalgamiento" de las dos superficies al deslizar tangencialmente una sobre otra. Este aspecto se presenta con detalle en la ref. [32].

### 3. BREVE ESTUDIO DE LA TEORÍA DE CORTE-FRICCIÓN

De forma abreviada, el proceso que sigue la teoría de corte-fricción en la discontinuidad del hormigón sometido a

cargas de cortante se puede resumir en estos pasos: la acción del esfuerzo cortante provoca la fisuración del hormigón y la creación de grietas en la sección resistente de éste. Si se mantiene la carga de cortante paralela a la fisura se producirá un deslizamiento relativo entre ambas caras de la discontinuidad. Debido a dicho desplazamiento, la rugosidad de la interfaz (efecto de engranamiento de los áridos) y el refuerzo de barras de acero, o de fibras en esta investigación, generan tensiones normales y tangenciales en los labios de la grieta. La carga de cortante provocará el encabalgamiento de las caras de la fisura, lo que generará, además del deslizamiento en la dirección del cortante, un aumento de la abertura de la fisura. Esto produce la tracción de las fibras metálicas, evitando que crezca la abertura y generando tensiones de compresión en el hormigón. Este mecanismo está esquematizado en la figura 4.

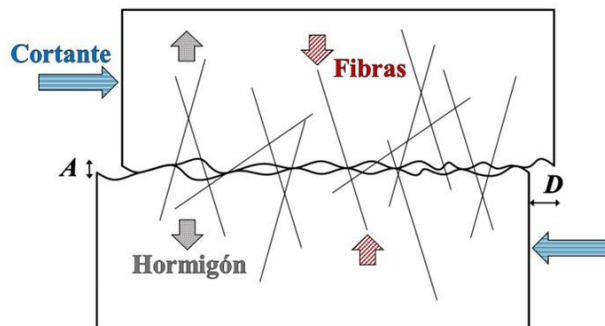


Figura 4: Mecanismos resistentes según la teoría de corte-fricción.

Los principales factores a considerar para el estudio de la teoría de corte-fricción son: el esfuerzo cortante, la resistencia a compresión del hormigón, la rugosidad de la interfaz de la fisura, la armadura de refuerzo y/o las fibras de refuerzo. Conociendo los datos indicados es factible estudiar los dos mecanismos implicados mayoritariamente en el comportamiento del HRFA ante la teoría de corte-fricción: engranamiento de áridos y efecto pasador.

### 3.1. Mecanismo de engranamiento de áridos

A la hora de estudiar el mecanismo de engranamiento de los áridos en la teoría de corte-fricción [30] hay que asumir ciertas hipótesis: una de ellas es que la matriz del hormigón se comporta como un material rígido-plástico. Otro, que la fisura se asemeja a un plano del que sobresalen los áridos, asimilados a esferas dispuestas aleatoriamente. Además, la fisura se produce en la matriz del hormigón, alrededor de los áridos, debido a la menor rigidez y resistencia de la matriz en comparación con los áridos, salvo que se esté empleando un hormigón de alta resistencia y un árido ligero. Este último caso no se ha contemplado en la campaña experimental y se ha podido comprobar que en los planos de rotura de las probetas los áridos no están rotos.

Según los condicionantes indicados, y conforme se muestra en la figura 5, se produce un deslizamiento en el plano de la fisura, generando zonas de contacto entre la matriz de hormigón de una cara de la discontinuidad (en la que puede tener lugar una deformación plástica) y los áridos que sobresalen en la otra cara. Se producirán tensiones en estas zonas de contacto en dirección perpendicular y paralela a la sollicitación de cortante, necesitando en el caso de HRFA la acción de las fibras de fuerzas externas al hormigón para mantener su equilibrio.

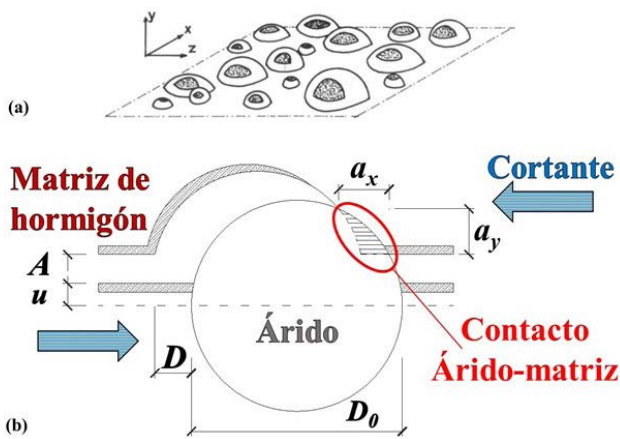


Figura 5. Proyecciones de las áreas de contacto árido-matriz en el engranamiento de áridos: (a) conforme a la teoría de corte-fricción [30] y (b) detalle del contacto árido-matriz de hormigón.

En la figura 5 se muestra una esfera, que representa a un árido, seccionada por un plano X-Y, estando en contacto con la matriz del hormigón de la cara opuesta de la discontinuidad. Dicho contacto forma unas áreas tanto en el eje X como en el Y, en las cuales se producen tensiones normales y tangenciales. Sumando todas las áreas de contacto árido-matriz en ambos ejes se pueden obtener las tensiones totales tangenciales y normales en la fisura. Para ello se emplean las Ecuaciones (4) y (5).

$$\tau = \sigma_{pu} (A_y - \mu A_x) \quad (4)$$

$$\sigma = \sigma_{pu} (A_x - \mu A_y) \quad (5)$$

Donde  $\tau$  es la tensión tangencial,  $\sigma$  la tensión normal,  $\sigma_{pu}$  el límite elástico de la matriz de hormigón, que se puede calcular conforme a la Ecuación (6) [30],  $A_x$  y  $A_y$  los sumatorios de todas las proyecciones de las áreas de contacto  $a_x$  y  $a_y$ , por unidad de superficie y  $\mu$  un coeficiente en función de la rugosidad y rozamiento entre los áridos y la matriz.

$$\sigma_{pu} = 5.83 f_{cc}^{0.63} \quad (6)$$

Siendo  $f_{cc}$  la resistencia a compresión del hormigón obtenida sobre probeta cúbica [14].

De tal forma, con las Ecuaciones (4) y (5) se pueden relacionar los sumatorios de las proyecciones de las áreas de contacto árido-matriz ( $A_x$  y  $A_y$ ), la rugosidad de la interfaz ( $\mu$ ) y el límite elástico de la matriz de hormigón ( $\sigma_{pu}$ ) con las tensiones normales y tangenciales generadas por el movimiento relativo de las caras de la discontinuidad.

### 3.2. Mecanismo del efecto pasador

En la teoría clásica el esfuerzo cortante en el hormigón [29] es absorbido por las barras de acero dispuestas en la discontinuidad. Estas barras de acero están colocadas para soportar el esfuerzo cortante que aparece en la sección resistente. Sin embargo, en el HRFA son las fibras las responsables de aportar la resistencia debida. En ambos casos hay una cierta redistribución de tensiones tangenciales en el plano de la fisura.

La teoría de corte-fricción [30] incluyó la acción de refuerzo de las barras de acero en el hormigón. Dicha fórmula ha sido adaptada al caso del HRFA, conforme a la Ecuación (7) [42], para considerar el efecto pasador de las fibras.

$$F_{df} = \frac{(10(A+0.2))^{-1} D^{0.36} \phi_f^{1.75} n_f \theta}{A_c} \quad (7)$$

Los términos de esta Ecuación son:  $A$  la abertura de la fisura,  $D$  el deslizamiento a cortante,  $\phi_f$  el diámetro de una fibra de acero,  $n_f$  el número teórico de fibras en la sección resistente,  $\theta$  el coeficiente de orientación de las fibras [41] y  $A_c$  la superficie del hormigón en la interfaz.

### 3.3. Secciones fisuradas de HRFA sometidas a cortante

En la figura 6 se muestran los mecanismos presentes en una sección de HRFA fisurada sometida a cortante. En la discontinuidad tiene que existir equilibrio de fuerzas: la fuerza de cortante producida por la máquina empleada para los ensayos ( $F_e$ ), la fuerza debida al efecto pasador de las fibras ( $F_p$ ), una fuerza que evita la división de la probeta en dos partes y que es normal a la fisura ( $F_h$ ), las fuerzas debidas al mecanismo de engranamiento de los áridos, paralelas y perpendiculares a la fisura ( $A_v$  y  $A_h$ ) y, para cerrar el polígono de fuerzas, una pequeña fuerza debida al engranamiento de los áridos sueltos en la discontinuidad y no embebidos en ninguna matriz de hormigón de las caras de la fisura ( $F_2$ ). Este último mecanismo no se consideró para el presente estudio debido a su mínima influencia.

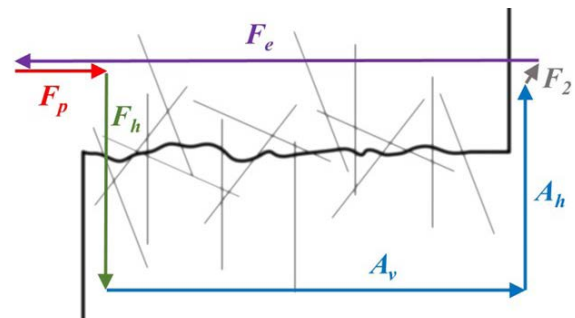


Figura 6. Polígono de fuerzas en una sección fisurada de HRFA sometida a cortante.



En resumen, se puede indicar que son varios los mecanismos que se producen en una sección de HRFA sometida a acciones de cortante. El hormigón se fisura debido a la fuerza cortante que se ejerce sobre la probeta, siendo las fibras de acero, aportando una fuerza normal a la discontinuidad, las responsables de evitar la apertura completa de la discontinuidad en dos mitades. Esta fuerza es función del número de fibras en la sección resistente, de su orientación y, por supuesto, de sus propiedades mecánicas. Hay que señalar que en el caso de las fibras de acero no se produce habitualmente la rotura de la fibra ya que previamente se produce su arrancamiento de la matriz de hormigón [43]. Con estas premisas se establece el equilibrio de fuerzas, considerando la capacidad de carga de las fibras, de acuerdo a la Ecuación (8) [42].

$$\sigma_c = \rho_f \sigma_f \Rightarrow \sigma_f = \frac{\sigma_c}{\rho_f} = \frac{\sigma_{pu}(A_x - \mu A_y)}{\left( n^{\circ}_f \left( \pi \phi_f^2 / 4 \right) \theta \right) / A_c} = \frac{4 A_c \sigma_{pu}(A_x - \mu A_y)}{n^{\circ}_f \pi \phi_f^2 \theta} \quad (8)$$

Donde  $\sigma_c$  es la tensión normal que se produce en el HRFA,  $\rho_f$  la cuantía de refuerzo de fibras y el resto de parámetros ya han sido indicados previamente.

### 3.4. Variables a implementar en el modelo numérico

Se indican a continuación las variables que se introdujeron en el programa informático, realizado expresamente, para adaptar la teoría de corte-fricción [30] al HRFA. Las variables adoptadas se pueden agrupar en:

- Variables relacionadas con las fibras de acero: diámetro, resistencia a tracción, módulo de elasticidad, resistencia a arrancamiento [43], número teórico de fibras en la sección y el factor de orientación.
- Variables relacionadas con el hormigón: resistencia a compresión, relación entre el volumen de los áridos y del hormigón, tamaño máximo del árido, abertura crítica, tamaño de la sección resistente y coeficiente de rozamiento entre las caras de la fisura.

## 4.

### ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE RESULTADOS ANALÍTICOS Y EXPERIMENTALES

#### 4.1. Resultados de los ensayos tipo "push-off"

En la figura 7 se muestra el comportamiento experimental medio de los dos tipos de HRFA ensayados. Para una descripción más exhaustiva se puede consultar la investigación [32]. En ambos HRFA se puede ver una primera recta de tensión creciente hasta la aparición de la primera fisura (tensión aproximada del 70% de la máxima), punto a partir del cual la pendiente va disminuyendo, hasta el punto máxima tensión. Éstas fueron de 12.0 MPa y 17.3 MPa para el HRFA50 y HRFA35+35, respectivamente. Al respecto de estos valores, se puede indicar que un aumento de 20 kg/m<sup>3</sup> de fibras conlleva un aumento del 44% en la resistencia máxima a cortante.

Superada la tensión máxima, son las fibras las que gobiernan el comportamiento post-fisuración del hormigón. En ambos hormigones se produce una brusca bajada de tensión resistente, hasta valores cercanos a 2.5 MPa correspondiente a un desli-

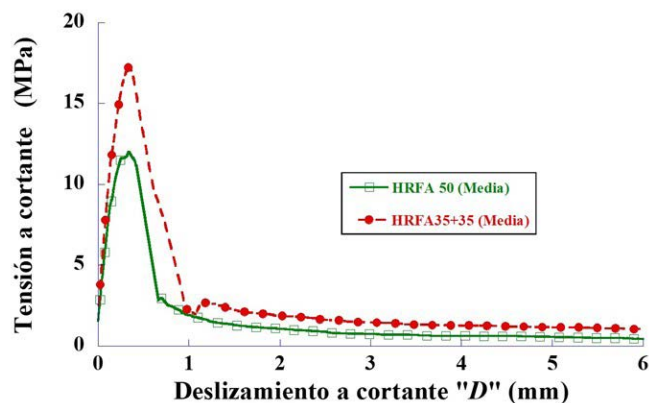


Figura 7. Curvas experimentales de tensión tangencial frente a deslizamiento a cortante para los HRFA ensayados en el ensayo tipo "push-off".

zamiento a cortante de 1 mm. A partir de este punto aparece una rama donde los deslizamientos a cortante aumentan, mientras que las tensiones disminuyen de manera muy suave, lo que conlleva una importante ductilidad. En todo momento, el HRFA35+35 tuvo tensiones residuales superiores al HRFA50. Hay que destacar que en los HRFA ensayados se lograron deslizamientos a cortante superiores a 7 mm antes del colapso.

Se muestran en la tabla 3 los valores de tensión tangencial para diversos valores de deslizamiento a cortante. En ésta también se incluye el valor de la energía de fractura para deslizamientos de hasta 6 mm.

TABLA 3. Tensiones residuales a cortante y energía de fractura de los HRFA

Tensiones y energía de fractura	HRFA50	HRFA35+35
$\tau$ ; $D = 0,5$ mm (MPa)	8.3	13.1
$\tau$ ; $D = 2,5$ mm (MPa)	0.9	1.6
$\tau$ ; $D = 3,5$ mm (MPa)	0.7	1.3
$\tau$ ; $D = 5,5$ mm (MPa)	0.5	1.1
$G_{II}$ ; $D = 6,0$ mm (N/m)	10400	17554

A partir de las gráficas tensión-deslizamiento mostradas se desarrolló la comparativa con el modelo numérico desarrollado, siempre en la zona de tensiones residuales gobernadas por las fibras, ya que en las fases previas del ensayo las fibras de acero no toman el protagonismo del comportamiento del HRFA. Es importante recordar que las probetas ensayadas no estaban prefisuradas, mientras que el modelo [30] se basa en probetas no fisuradas durante el ensayo sino con una discontinuidad producida por el hormigonado en dos fases, por lo que el agrietamiento de las experimentales aquí analizadas resultó más tortuoso [32] que en el caso de las que tenían la discontinuidad previa al ensayo.

Para comparar de manera más precisa los resultados experimentales con los analíticos se decidió dividir la investigación en función del tipo de HRFA analizado. El motivo se explica por la cantidad de variables que hay que introducir en el modelo de cálculo, que se indicaron con anterioridad y que son función del hormigón y de las fibras.

#### 4.2. Estudio analítico-experimental del HRFA50

Se introdujeron los parámetros correspondientes al HRFA50 en el código numérico para realizar la comparativa entre el

comportamiento experimental y el analítico. En la [figura 8](#) se compara el deslizamiento a cortante frente a la abertura de fisura. Se puede observar el similar comportamiento entre la abertura media experimental frente a la analítica, hasta un desplazamiento de 2.5 mm. Conviene destacar que la apertura de fisura medida experimentalmente es mayor que la proporcionada por el modelo propuesto por Walraven [30]. Como se ha comentado en el [Apdo. 2.3](#), esto es debido a que el modelo propuesto en la ref. [30] está ajustado para una discontinuidad entre un hormigón endurecido y otro hormigonado sobre él, lo que hace que la discontinuidad sea sensiblemente plana. En los ensayos del presente trabajo la discontinuidad se produce por la fractura de un hormigón (sin prefisurar) sometido a esfuerzo cortante, por lo que es mucho más irregular y tortuosa, lo que requiere una mayor apertura de la discontinuidad para que se produzca el "encabalgamiento" de las dos superficies al deslizar tangencialmente una sobre otra. La ref. [32] presenta más detalles sobre este particular.

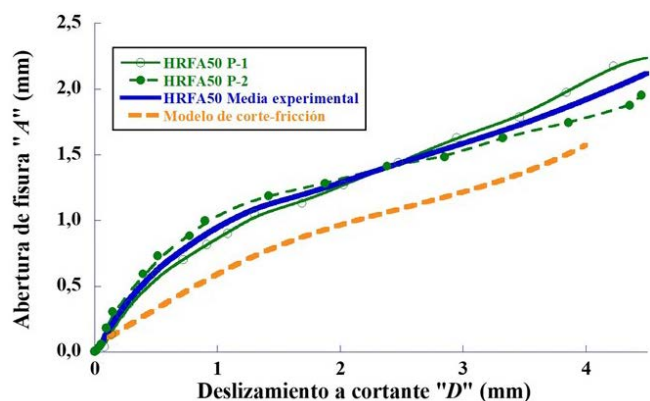


Figura 8. Curvas abertura de fisura frente a deslizamiento a cortante: comparativa experimental-analítica para el HRFA50.

En la [figura 9](#) se puede ver la tensión tangencial frente el deslizamiento a cortante. En esta gráfica se aprecia cómo, para deslizamientos que oscilan entre 1.5 y 4.3 mm, el comportamiento analítico y experimental medio son muy parecidos. En la gráfica se han representado los valores de tensión mostrados por cada una de las dos probetas ensayadas y el valor de tensión media para cada deslizamiento. En ella se puede ver que, excepto en el rango entre 1.0 y 1.2 mm, se obtienen siempre resultados similares. La zona enmarcada en el recuadro de la [figura 9](#), que corresponde a deslizamientos de 1.5 a 4.3 mm, es en la que la grieta entre los dos hormigones se ha desarrollado por completo y por tanto tiene sentido comparar los resultados experimentales del modelo de corte fricción con los proporcionados por el modelo teórico de corte fricción [30, 32]. En este sentido, mientras que en el caso de una junta con dos hormigones ejecutados en fases distintas la discontinuidad existe desde el principio, y por tanto el modelo de corte fricción es aplicable desde el inicio de los deslizamientos tangenciales, en el caso de los ensayos aquí estudiados es necesario que la discontinuidad se genere por fractura del hormigón, por lo que la fase inicial del deslizamiento está gobernada por un modelo de fractura de hormigón bajo cortante, y el modelo de corte-fricción propuesto solo es aplicable una vez que la grieta está completamente desarrollada. Como se puede observar en la [figura 9](#), la predicción del modelo de cor-

te-fricción encaja adecuadamente con la curva tensión-deslizamiento tangencial experimental (media de las dos probetas ensayadas) en la zona gobernada por el comportamiento de corte-fricción.

Por otro lado, la diferencia de comportamiento entre las dos probetas mostrada en la [figura 9](#), aunque pueda parecer elevada no lo es en hormigones reforzados con fibras sometidos a fractura por cortante, donde las orientaciones locales de las fibras y la tortuosidad de la multifisuración, que finalmente se unen en una sola grieta, generan habitualmente dispersiones superiores, incluso para hormigones sin fibras.

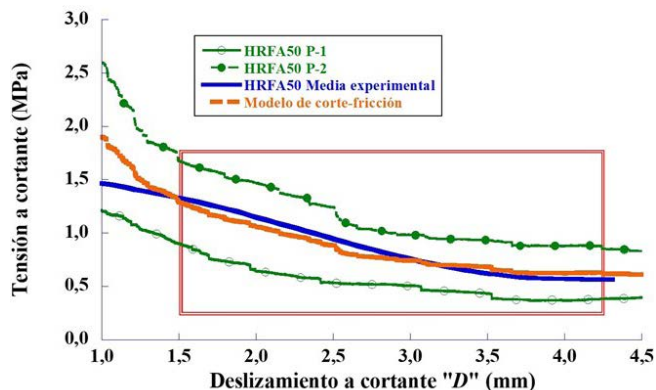


Figura 9. Curva tensión tangencial frente a deslizamiento a cortante: comparativa experimental-analítica para el HRFA50.

#### 4.3. Estudio analítico-experimental del HRFA35+35

Análogamente al caso del HRFA50 se obtuvo la [figura 10](#) introduciendo los parámetros correspondientes al HRFA35+35. El comportamiento del modelo analítico es similar al experimental para valores de deslizamiento de hasta 2.5 mm. Como en el caso anterior, la predicción analítica muestra una menor abertura de fisura que la curva experimental para el mismo deslizamiento debido a la no prefisuración de las probetas. Los comentarios hechos a la [figura 8](#) son de aplicación a la [figura 10](#).

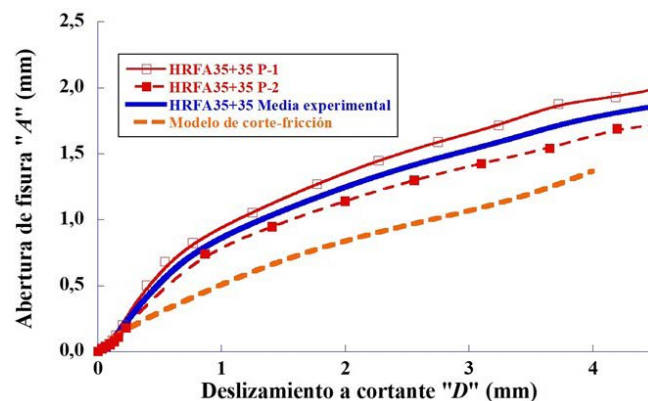


Figura 10. Curvas abertura de fisura frente a deslizamiento a cortante: comparativa experimental-analítica para el HRFA35+35.

En lo referente a tensiones a cortante, en el HRFA35+35 la comparación entre el comportamiento experimental-numérico muestra valores parecidos debido a la menor dispersión que existe entre las dos probetas ensayadas. En la [figura 11](#) se puede apreciar cómo el comportamiento analítico, desde 2.0 mm,



reproduce con gran fidelidad el comportamiento experimental. Es importante indicar que el comportamiento se mantiene parejo hasta un deslizamiento de 4.5 mm, lo que equivaldría a un estado cercano al colapso estructural. Los comentarios hechos a la [figura 9](#) son de aplicación a la [figura 11](#).

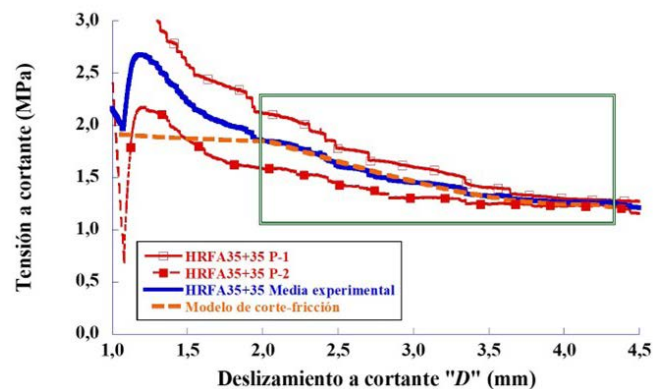


Figura 11. Curvas tensión tangencial frente a deslizamiento a cortante: comparativa experimental-analítica para el HRFA35+35.

## 5. CONCLUSIONES

La evaluación de la capacidad resistente de hormigones reforzados con fibra de acero (HRFA) sometidos a esfuerzo cortante es un tema controvertido, ya que no existe unanimidad al respecto de si, como se indica en las normativas de hormigón, se pueden emplear tensiones residuales de tracción por flexión para el cálculo de elementos estructurales sometidos a solicitudes de cortante.

Con este motivo se estudiaron dos HRFA, mediante ensayos de tipo “push-off”, en los que el carácter estructural de las fibras se había comprobado en investigaciones previas. Se compararon los resultados experimentales con los obtenidos con un modelo analítico, desarrollado por los autores, que implementó el comportamiento de las fibras de acero en una fisura sometida a cortante, tomando como base la teoría de corte-fricción propuesta por Walraven [30].

Los desplazamientos a cortante y la abertura de fisura se registraron de forma continua durante los ensayos mediante un sistema de video-extensometría. Esto permitió comparar los resultados experimentales con los obtenidos a partir del modelo analítico. Gracias a estos datos se desarrolló un modelo de corte-fricción adaptado al HRFA que permitió obtener las tensiones tangenciales y normales a la fisura, y evaluar el comportamiento de las fibras de acero en elementos de HRFA sometidos a cortante.

En la comparativa entre los resultados experimentales y analíticos se consiguió un elevado grado de similitud en el rango de deslizamiento a cortante donde las fibras gobiernan el comportamiento postfisuración. Dicho rango de deslizamiento a cortante llegó hasta casi los 4.5 mm. Estos resultados pueden ser de interés de cara al desarrollo de nuevos modelos de mecánica de fractura en el HRFA sometido a cortante.

## Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo financiero prestado por el Ministerio de Economía y Competitividad de España a través del Proyecto de Investigación PID2019-108978RB-C31.

## Referencias

- [1] S. C. Malatesta, Caracterización de la fractura del hormigón y de vigas de hormigón armado, Informes de la Construcción, vol. 48, no. 448, p. 60 (1997).
- [2] A. M. Brandt, Fibre reinforced cement-based (FRC) composites after over 40 years of development in building and civil engineering, Composite structures, vol. 86, no. 1, pp. 3-9 (2008), <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2008.03.006>.
- [3] E. Torroja, Razón y ser de los tipos estructurales. Madrid, Spain: Editorial CSIC-CSIC Press (2007).
- [4] G. Plizzari, G. Tiberti, Steel fibers as reinforcement for precast tunnel segments, Tunnelling and Underground Space Technology, vol. 21, no. 3, pp. 438-439 (2006).
- [5] A. Conforti, G. Tiberti, G. A. Plizzari, A. Caratelli, A. Meda, Precast tunnel segments reinforced by macro-synthetic fibers, Tunnelling and Underground Space Technology, vol. 63, pp. 1-11 (2017), <https://doi.org/10.1016/j.tust.2016.12.005>.
- [6] A. Conforti, I. Trabucchi, G. Tiberti, G. A. Plizzari, A. Caratelli, A. Meda, Precast tunnel segments for metro tunnel lining: A hybrid reinforcement solution using macro-synthetic fibers, Engineering Structures, vol. 199, p. 109628 (2019), <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109628>.
- [7] P. Serna, S. Arango, T. Ribeiro, A. Núñez, E. Garcia-Taengua, Structural cast-in-place SFRC: technology, control criteria and recent applications in Spain, Materials and Structures, vol. 42, no. 9, pp. 1233-1246 (2009), <https://doi.org/10.1617/s11527-009-9540-9>.
- [8] J. A. López, P. Serna, E. Camacho, H. Coll, J. Navarro-Gregori, First ultra-high-performance fibre-reinforced concrete footbridge in Spain: design and construction, Structural Engineering International, vol. 24, no. 1, pp. 101-104 (2014), <https://doi.org/10.2749/101686614X13830788505793>.
- [9] E. Cuenca, P. Serna, Shear behavior of prestressed precast beams made of self-compacting fiber reinforced concrete, Construction and Building Materials, vol. 45, pp. 145-156 (2013), <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.03.096>.
- [10] S. Simasathien, S.-H. Chao, Shear strength of steel-fiber-reinforced deep hollow-core slabs, PCI Journal, vol. 60, no. 4, pp. 85-101 (2015).
- [11] E. Cuenca, A. Conforti, F. Minelli, G. A. Plizzari, J. N. Gregori, P. Serna, A material-performance-based database for FRC and RC elements under shear loading, Materials and Structures, vol. 51, no. 1, p. 11 (2018), <https://doi.org/10.1617/s11527-017-1130-7>.
- [12] A. Conforti, F. Ortiz-Navas, A. Piemonti, G. A. Plizzari, Enhancing the shear strength of hollow-core slabs by using polypropylene fibres, Engineering Structures, vol. 207, p. 110172 (2020), <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110172>.
- [13] International Federation for Structural Concrete (fib), The fib Model Code for Concrete Structures. Lausanne, Switzerland (2010).
- [14] Spanish Ministry of Transport Mobility and Urban Planner, Spanish Structural Code, CE-21. Madrid, Spain (2021).
- [15] Consiglio Nazionale delle Ricerche, Guide for the Design and Construction of Fibre-Reinforced Concrete Structures (National Research Council-Advisory Committee on Technical Recommendations for Construction. SN: CNR-DT). Rome, Italy: Consiglio Nazionale delle Ricerche (2006).
- [16] European Committee for Standardization, Test Method for Metallic Fiber Concrete. Measuring the Flexural Tensile Strength (Limit of Proportionality (LOP), Residual); EN14651:2007+A1 (2007).
- [17] RILEM, Bending Test: Final Recommendations; RILEM TC-162-TDF (2002).
- [18] V. C. Li, R. Ward, A. M. Hamza, Steel and synthetic fibers as shear reinforcement (1992).
- [19] S. Altoubat, A. Yazdanbakhsh, K.-A. Rieder, Shear behavior of macro-synthetic fiber-reinforced concrete beams without stirrups, ACI Materials Journal, vol. 106, no. 4, p. 381 (2009).

- [20] Y. L. Voo, W. K. Poon, S. J. Foster, Shear strength of steel fiber-reinforced ultrahigh-performance concrete beams without stirrups, *Journal of structural engineering*, vol. 136, no. 11, pp. 1393-1400 (2010), DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000234.
- [21] J. Echegaray, Upgrading the push-off test to analyze the contribution of steel fiber on shear transfer mechanisms (2014).
- [22] P. Jongvivalsakul, A. Attachaiyawuth, W. Pansuk, A crack-shear slip model of high-strength steel fiber-reinforced concrete based on a push-off test, *Construction and Building Materials*, vol. 126, pp. 924-935 (2016), <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.09.080>.
- [23] A. A. Mirsayah, N. Banthia, Shear strength of steel fiber-reinforced concrete, *Materials Journal*, vol. 99, no. 5, pp. 473-479 (2002).
- [24] S. Zeranka, Steel fibre-reinforced concrete: multi-scale characterisation towards numerical modelling, Stellenbosch: Stellenbosch University (2017).
- [25] E. Cuenca, J. Echegaray-Oviedo, P. Serna, Influence of concrete matrix and type of fiber on the shear behavior of self-compacting fiber reinforced concrete beams, *Composites Part B: Engineering*, vol. 75, pp. 135-147 (2015), <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2015.01.037>.
- [26] A. Dev, M. Chellapandian, S. S. Prakash, Effect of Macrosynthetic and Hybrid Fibers on Shear Behavior of Concrete Beams Reinforced with GFRP Bars, *Journal of Bridge Engineering*, vol. 25, no. 7, p. 04020031 (2020), DOI:10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001557.
- [27] J. Krassowska, M. Kosior-Kazberuk, P. Berkowski, Shear behavior of two-span fiber reinforced concrete beams, *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, vol. 19, no. 4, pp. 1442-1457 (2019), <https://doi.org/10.1016/j.acme.2019.09.005>.
- [28] F. Ortiz-Navas, J. Navarro-Gregori, G. Leiva, P. Serna, Comparison of macrosynthetic and steel FRC shear-critical beams with similar residual flexure tensile strengths, *Structural Engineering and Mechanics*, vol. 76, no. 4, pp. 491-503 (2020), <https://doi.org/10.12989/sem.2020.76.4.491>.
- [29] H. P. Taylor, The fundamental behavior of reinforced concrete beams in bending and shear, *Special Publication*, vol. 42, pp. 43-78 (1974).
- [30] J. C. Walraven, Aggregate interlock: a theoretical and experimental analysis (1980).
- [31] M. Hamrat, B. Boulekbache, M. Chemrouk, S. Amziane, Flexural cracking behavior of normal strength, high strength and high strength fiber concrete beams, using Digital Image Correlation technique, *Construction and Building Materials*, vol. 106, pp. 678-692 (2016), <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.12.166>.
- [32] Á. Picazo, M. G. Alberti, J. C. Gálvez, A. Enfedaque, Shear slip post-cracking behaviour of polyolefin and steel fibre reinforced concrete, *Construction and Building Materials*, vol. 290, p. 123187 (2021), doi: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.123187>.
- [33] S. Alam, A. Loukili, F. Grondin, E. Rozière, Use of the digital image correlation and acoustic emission technique to study the effect of structural size on cracking of reinforced concrete, *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 143, pp. 17-31 (2015), <https://doi.org/10.1016/j.engfrac-mech.2015.06.038>.
- [34] S. Gali, K. V. Subramaniam, Shear behavior of steel fiber reinforced concrete using full-field displacements from digital image correlation, in *MATEC Web of Conferences*, vol. 120: EDP Sciences, p. 04003 (2017), <https://doi.org/10.1051/mateconf/201712004003>.
- [35] M. G. Alberti, A. Picazo, J. C. Gálvez, A. Enfedaque, New Methodological Approach Towards a Complete Characterization of Structural Fiber Reinforced Concrete by Means of Mechanical Testing Procedures, *Applied Sciences*, vol. 10, p. 4811 (18) (2020), doi: 10.3390/app10144811.
- [36] Á. Picazo, J. C. Gálvez, M. G. Alberti, A. Enfedaque, Assessment of the shear behaviour of polyolefin fibre reinforced concrete and verification by means of digital image correlation, *Construction and Building Materials*, vol. 181, pp. 565-578, 8/30/ (2018), doi: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2018.05.235>.
- [37] B. Barragán, R. Gettu, L. Agullo, R. Zerbino, Shear failure of steel fiber-reinforced concrete based on push-off tests, *ACI materials journal*, vol. 103, no. 4, p. 251 (2006).
- [38] N. A. Hoult, W. A. Take, C. Lee, M. Dutton, Experimental accuracy of two dimensional strain measurements using digital image correlation, *Engineering Structures*, vol. 46, pp. 718-726 (2013), <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.08.018>.
- [39] M. Hamrat, B. Boulekbache, M. Chemrouk, S. Amziane, Flexural cracking behavior of normal strength, high strength and high strength fiber concrete beams, using Digital Image Correlation technique, *Construction and Building Materials*, vol. 106, pp. 678-692 (2016), <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.12.166>.
- [40] W. Dong, Z. Wu, X. Zhou, N. Wang, G. Kastiukas, An experimental study on crack propagation at rock-concrete interface using digital image correlation technique, *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 171, pp. 50-63 (2017), <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2016.12.003>.
- [41] M. G. Alberti, A. Enfedaque, J. C. Gálvez, V. Agrawal, Fibre distribution and orientation of macro-synthetic polyolefin fibre reinforced concrete elements, *Construction and Building Materials*, vol. 122, pp. 505-517 (2016), <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.06.083>.
- [42] Á. Picazo, Estudio experimental y numérico del comportamiento a cortante de hormigones reforzados con fibras de poliolefina y acero, Ph. D. Thesis, Technical University Madrid, Madrid, Spain, (2020).
- [43] F. Laranjeira, C. Molins, A. Aguado, Predicting the pullout response of inclined hooked steel fibers, *Cement and Concrete Research*, vol. 40, no. 10, pp. 1471-1487 (2010), <https://doi.org/10.1016/j.cemcon-res.2010.05.005>.